

Stochastik für die Naturwissenschaften

Dr. C.J. Luchsinger

1. Kombinatorik

Literatur Kapitel 1

- * Storrer: Kapitel 48
 - * Stahel: p 68 in Kapitel 4
 - * Statistik in Cartoons: p 84-85 in Kapitel 5

 - * braucht man zum Beispiel in der Genetik, dazu noch www.schweizermonat.ch/in-der-genetik-gibt-es-keine-drittel
 - * wird nur kurz besprochen, falls neu: Storrer Kapitel 48 (eigentlich Mittelschulstoff)
 - * Nicht auswendig lernen, sondern anhand von kleinen Zahlen selber herleiten können
- Wichtige mathematische Ausdrücke sind in Kapitel 1:

Fakultät, engl: "n factorial"

$$n! := n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1,$$

wir *definieren* weiter $0! := 1$.

Binomialkoeffizient, mit $n \geq k$:

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Auf Deutsch nennt man das "n tief k"; auf Englisch wunderschön - der Name ist Programm "n choose k":

Berechnen Sie jetzt

$$\binom{7}{5}$$

1.1 Variationen ohne Wiederholung (man variiert Objekte)

Aufgabe: Aus n Objekten sind k , $k \leq n$, herauszugreifen und in eine Folge anzuordnen, wobei die Reihenfolge eine Rolle spielt. Wieviele Möglichkeiten gibt es?

Idee: Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, für die zweite Stelle noch deren $(n - 1)$ und so weiter; für die k -te Stelle noch $(n - k + 1)$. Anzahl Möglichkeiten:

$$n(n - 1)(n - 2) \dots (n - k + 1) = \frac{n!}{(n - k)!}.$$

1.2 Permutationen

Aufgabe: Auf wieviele Arten kann man n Objekte in eine Folge anordnen, wobei die Reihenfolge eine Rolle spielt?

Idee (Spezialfall von 1.1 mit $k = n$): Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, für die zweite noch deren $(n - 1)$ und so weiter; für die zweitletzte Stelle bleiben noch 2 Möglichkeiten. Anzahl Möglichkeiten:

$$n!$$

1.3 Kombinationen ohne Wiederholung

Aufgabe: Es sei eine Menge von n Elementen gegeben. Wieviele Teilmengen von k Elementen ($0 \leq k \leq n$) gibt es?

Idee: Wegen Fall 1.1. gibt es mit Berücksichtigung der Reihenfolge

$$\frac{n!}{(n - k)!}$$

Möglichkeiten, eine Folge von k Objekten zu wählen. Da es aber innerhalb der k -elementigen Teilmengen nicht auf die Reihenfolge ankommt, ist diese Zahl durch $k!$ zu dividieren.

Anzahl Möglichkeiten:

$$\frac{n!}{k!(n - k)!} = \binom{n}{k}.$$

Eben: n choose k .

1.4 Variationen mit Wiederholung

Aufgabe: Gegeben sind n Objekte A_1, \dots, A_n . Wieviele Folgen der Länge r kann man bilden, falls jedes Objekt beliebig oft gewählt werden darf?

Idee: Für die erste Stelle gibt es n Möglichkeiten, ebenso für alle weiteren, bis zur r -ten Stelle. Total also

$$n^r$$

Möglichkeiten.

engl: "order of selection does (not) matter", Combinations, Permutations, "with(out) repetition"; für "Variationen" ist keine gebräuchliche Übersetzung bekannt.

Wichtig:

1. Lesen Sie jetzt das komplette Kapitel im Storrer II selber durch (Kapitel 48).
2. Lösen Sie danach mindestens 5 Aufgaben hinten im Kapitel und vergleichen Sie mit den Lösungen am Schluss des Buches. Bei Bedarf lösen Sie mehr Aufgaben.