

Dieses Skript ist ein Auszug mit Lücken aus "Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften I - Analysis" von Christoph Luchsinger und Hans Heiner Storrer, Birkhäuser Skripten. Als StudentIn sollten Sie das Buch auch kaufen und im Verlauf der Vorlesung MAT 182 vollständig durcharbeiten. Für Ihre eigenen Bedürfnisse in dieser Vorlesung MAT 182 dürfen Sie dieses PDF-Dokument abspeichern und beliebig ändern. Für eine weitergehende Verwendung ausserhalb der Vorlesung MAT 182 kontaktiere man bitte vorgängig den Dozenten Christoph Luchsinger, Universität Zürich. Das Copyright ist bei Birkhäuser!

2. VEKTORRECHNUNG MIT KOORDINATEN

(2.2) Das kartesische Koordinatensystem

Wir wählen im Raum einen Nullpunkt O und ein rechtwinkliges (statt "rechtwinklig" sagt man auch "kartesisch", nach R. DESCARTES (latinisiert CARTESIUS) (1596–1650)) Koordinatensystem mit x -Achse, y -Achse und z -Achse, die wie üblich angeordnet sein sollen:

(2.3) Die Koordinaten eines Vektors

(2.4) Rechenoperationen mit Koordinaten

In Kapitel 1 haben wir die Rechenoperationen für Vektoren geometrisch definiert. Wie kann man nun diese Operationen unter Verwendung der Koordinaten rechnerisch durchführen? In der folgenden Tabelle stellen wir gleich die Antwort zusammen.

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Dann ist

$$(1) \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix},$$

$$(2) \quad \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix},$$

$$(3) \quad r\vec{a} = \begin{pmatrix} ra_1 \\ ra_2 \\ ra_3 \end{pmatrix},$$

$$(4) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3,$$

$$(5) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}.$$

Weiter gelten folgende Formeln:

(6) Die Länge eines Vektors \vec{a} ist gegeben durch

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

(7) Der Winkel φ zwischen den Vektoren \vec{a} und \vec{b} ist gegeben durch

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

Bemerkungen / Erklärungen:

(2.5) Beweise für ein paar Rechenregeln

(2.6) Länge eines Vektors in allen Dimensionen; Kreis-/Kugelgleichung

en passant: Kreis-/Kugelgleichung

(2.7) Ein paar Beispiele

Abstand, Winkel

Flächeninhalt Dreieck, Parametergleichung Gerade

Ebenengleichung

Zum Schluss www.youtube.com/watch?v=gfWpNCFjgfY

Wichtig:

1. Lesen Sie jetzt das komplette Kapitel im Buch selber durch.
2. Lösen Sie danach mindestens 5 Aufgaben hinten im Kapitel und vergleichen Sie mit den Lösungen am Schluss des Buches. Bei Bedarf lösen Sie mehr Aufgaben.
3. Gehen Sie in die Übungsstunde. Drucken Sie das Übungsblatt dazu *vorher* aus, lesen Sie *vorher* die Aufgaben durch und machen sich erste Gedanken dazu (zum Beispiel, wie man sie lösen könnte).
4. Dann lösen Sie das Übungsblatt: zuerst immer selber probieren, falls nicht geht: Tipp von Mitstudi benutzen, falls immer noch nicht geht: Lösung von Mitstudi anschauen, 1 Stunde warten, versuchen, aus dem Kopf heraus wieder zu lösen, falls immer noch nicht geht: Lösung von Mitstudi abschreiben (und verstehen - also sollte man insbesondere keine Fehler abschreiben!).
5. Lösen Sie die entsprechenden Prüfungsaufgaben im Archiv.